УКРАЇНСЬКИЙ ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

НМТ 2024

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

ПРАВИЛЬНІ ВІДПОВІДІ

МАТЕМАТИКА

ОБОВ'ЯЗКОВИЙ ПРЕДМЕТ

ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ ЗАВДАНЬ **22**

ЗАВДАННЯ			
15 з вибором однієї правильної відповіді	**3** на встановлення відповідності (“логічні пари”)	**4** з короткою відповіддю
0 або 1 бал	0, 1, 2 або 3 бали	0 або 2 бали

МАКСИМАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ ТЕСТОВИХ БАЛІВ **32**

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді й позначте його.

1 У першу годину роботи на телефон гарячої лінії надійшло 145 дзвінків, а за другу годину – на 17 дзвінків більше. Скільки всього дзвінків надійшло на телефон гарячої лінії за дві години роботи?

А 307 **Б** 290 **В** 287 **Г** 273 **Д** 162

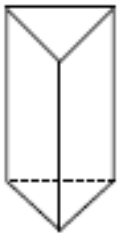
2 О шостій годині ранку визначено температуру повітря на десяти метеостанціях. Отримані дані відображено в таблиці.

Температура (у градусах)	1	3	4	x
Кількість метеостанцій	2	3	4	1

Визначте x, якщо середнє арифметичне всіх цих даних дорівнює $3{,}5^{\circ}$.

А $x=5$ **Б** $x=6$ **В** $x=7$ **Г** $x=8$ **Д** $x=9$

3 На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

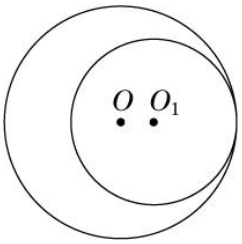


А трикутник
Б прямокутник
В відрізок
Г паралелограм, що не є прямокутником
Д ромб, що не є квадратом

4 Якщо $m = n - 1$, то $7 - m =$

А $n-8$ **Б** $6-n$ **В** $8-n$ **Г** $n-6$ **Д** $6+n$

5 Кола із центрами в точках O і O_1 мають внутрішній дотик (див. рисунок). Обчисліть відстань OO_1, якщо радіуси кіл дорівнюють 12 см і 8 см.

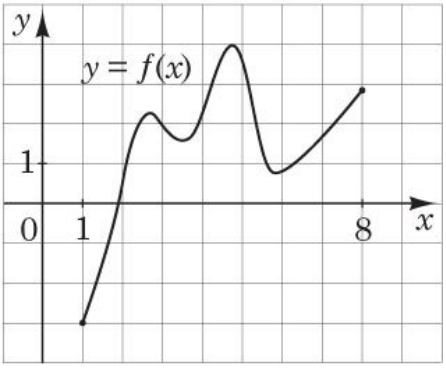


А 1,5 см **Б** 2 см **В** 3 см **Г** 4 см **Д** 8 см

6 Розв'яжіть нерівність $0{,}2x - 54 < 0$.

А $(-\infty; 270)$ **Б** $(270; +\infty)$ **В** $(-\infty; 2{,}7)$ **Г** $(-\infty; 27)$ **Д** $(10{,}8; +\infty)$

7 На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[1; 8]$. Скільки нулів має ця функція на заданому проміжку?



А жодного
Б один
В два
Г три
Д чотири

8 Спростіть вираз $a(a + 2b) - (a + b)^2$.

А $4ab + b^2$ **Б** $4ab - b^2$ **В** $-b^2$ **Г** $2ab - b^2$ **Д** b^2

9 У трикутнику ABC кут B – тупий. Які з наведених тверджень є правильними?

I. $\angle A + \angle C < 90^\circ$.

II. $AB + BC < AC$.

III. Центр кола, описаного навколо трикутника ABC, лежить поза його межами.

А лише I та II
Б лише I
В лише II та III
Г I, II та III
Д лише I та III

10 Якщо $a < 1$, то $|a - 1| + |-7| =$

А $a - 8$ **Б** $a + 6$ **В** $-a + 6$ **Г** $-a - 6$ **Д** $-a + 8$

11 Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 4^x = 16^{-1}. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок цієї системи, то $x_0 \cdot y_0 =$

А –36 **Б** –14 **В** –6 **Г** 4 **Д** 6

12 Периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 72 см. Обчисліть довжину висоти піраміди, якщо її апофема дорівнює 15 см.

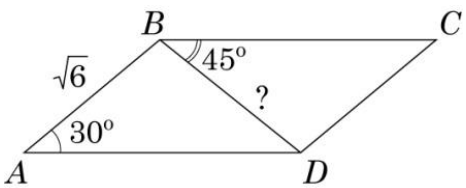
А 6 см **Б** 9 см **В** 10 см **Г** 12 см **Д** 14 см

13 Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) = -2$.

А (–11; –2] **Б** (–2; 1] **В** (1; 4] **Г** (4; 7] **Д** (7; 9]

14 У паралелограмі $ABCD$: $AB = \sqrt{6}$ см, $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$ (див. рисунок). Обчисліть довжину діагоналі BD.

А $2\sqrt{3}$ см
Б 3 см
В $\sqrt{2}$ см
Г 2 см
Д $\sqrt{3}$ см



15 Укажіть похідну функції $f(x)=x\left(x^3+1\right)$.

- **А** $f'(x)=4x^3+1$
- **Б** $f'(x)=4x^3$
- **В** $f'(x)=3x^2$
- **Г** $f'(x)=3x^2+1$
- **Д** $f'(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{x^2}{2}$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16 До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1 Функція $y=\sqrt{x-4}$

2 Функція $y=2$

3 Функція $y=x^3$

Закінчення речення

А спадає на проміжку $(-\infty;0)$.

Б не визначена в точці $x = 1$.

В набуває від'ємного значення в точці $x = 8$.

Г набуває додатного значення в точці $x = -3$.

Д є непарною.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17 Установіть відповідність між виразом (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А – Д), якщо a – довільне додатне число, $a \neq 1$.

Вираз

1 $a^4:a^3$

2 $\frac{a^2-a}{1-a}$

3 $7^{-\log_7 a}$

Тотожно рівний вираз

А a^2

Б a^7

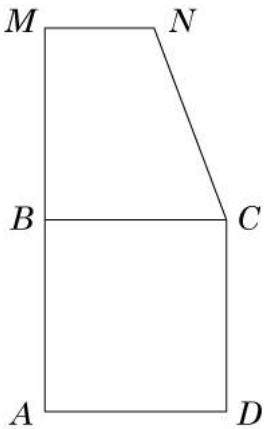
В $\frac{1}{a}$

Г $-a$

Д a

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18 Квадрат $ABCD$ та прямокутна трапеція $BMNC$ лежать в одній площині (див. рисунок). Площа кожної із цих фігур дорівнює 36 см^2, $AM = 15$ см. Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А – Д).



Відрізок

1 сторона квадрата $ABCD$

2 висота трапеції $BMNC$

3 менша основа трапеції $BMNC$

Довжина відрізка, см

А 2

Б 3

В 4

Г 6

Д 9

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19 На рисунку зображено **фрагмент** частини поперечного перерізу стосу дерев'яних колод. У нижньому ряду стосу 13 колод, а у верхньому – одна. Визначте загальну кількість колод у цьому стосі.

Відповідь: ☐, ☐.

20 Редактор стрічки новин вирішує, у якій послідовності розмістити 6 різних новин: 2 політичні, 3 суспільні та 1 спортивну. Скільки всього є різних послідовностей розміщення цих 6 новин у стрічці за умови, що політичні новини мають передувати іншим, а спортивна новина має бути останньою? Уважайте, що кожна з цих 6 новин у стрічці не повторюватиметься.

Відповідь: ☐, ☐.

21 У прямокутній системі координат у просторі задано вектор $\overrightarrow{AB}(-3;8;1)$ і точку $B(7;\ -2;\ 0)$, точка O – початок координат. Обчисліть скалярний добуток $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}$.

Відповідь: ☐, ☐.

22 Визначте **найменше** значення a, за якого має корені рівняння $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2a^2+5a-6$.

Відповідь: ☐, ☐.

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Квадратне рівняння

$ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$ – дискримінант

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \ x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, якщо $D > 0$

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$, якщо $D = 0$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ якщо } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ якщо } a < 0 \end{cases}$$

Степені

$a^1 = a, \ a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ для $a \neq 0, \ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \ a > 0, \ m \in Z, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

Логарифми

$a > 0, \ a \neq 1, \ b > 0, \ c > 0, \ k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b$ $\quad \log_a a = 1$ $\quad \log_a 1 = 0$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$

Арифметична прогресія

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ $\quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Геометрична прогресія

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$

Теорія ймовірностей

$P(A) = \frac{k}{n}$

Комбінаторика

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$ $\quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$ $\quad A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$ $\qquad (x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$

$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\qquad (e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $\qquad (\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(u+v)' = u' + v'$ $\qquad (u-v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad (Cu)' = Cu'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
x^{α}, $\alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln \lvert x \rvert + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$ – формула Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$\sin\alpha = y_{\alpha}$ $\qquad \cos\alpha = x_{\alpha}$ $\qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

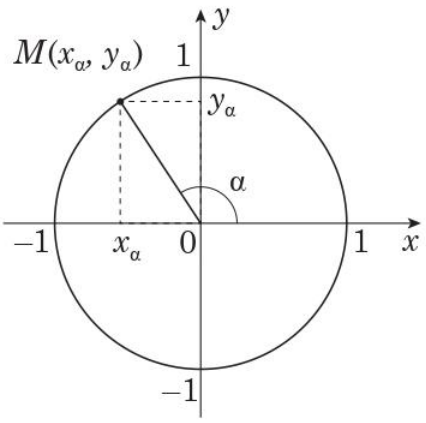
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\qquad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\qquad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$

$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$ $\qquad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$



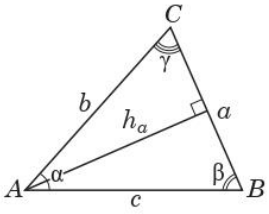
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$p = \frac{a+b+c}{2}$ $\quad \alpha + \beta + \gamma = 180°$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

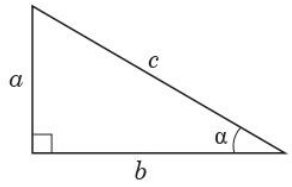
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$ $\quad S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha$ $\quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Прямокутний трикутник

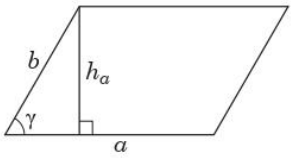
$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\quad \frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg}\alpha$



Чотирикутники

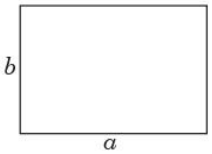
Паралелограм



$S = ab\sin\gamma$

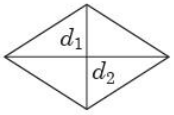
$S = ah_a$

Прямокутник



$S = ab$

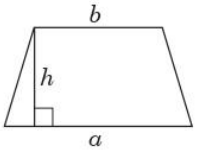
Ромб



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$,

d_1, d_2 – діагоналі ромба

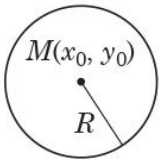
Трапеція



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$,

a і b – основи трапеції

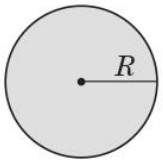
Коло



$L = 2\pi R$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

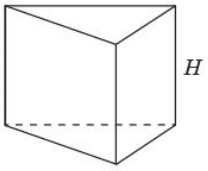
Круг



$S = \pi R^2$

Об'ємні фігури та тіла

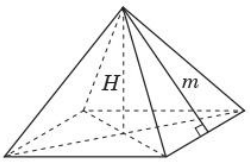
Пряма призма



$V = S_{осн} \cdot H$

$S_б = P_{осн} \cdot H$

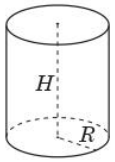
Правильна піраміда



$V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$

$S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot m$

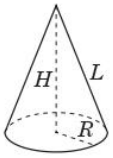
Циліндр



$V = \pi R^2 H$

$S_б = 2\pi RH$

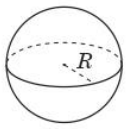
Конус



$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$S_б = \pi RL$

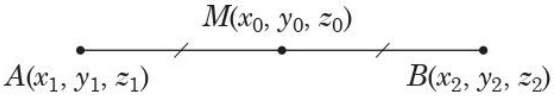
Куля, сфера



$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

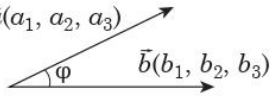
$S = 4\pi R^2$

Координати та вектори



$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$ $\quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|\cos\varphi$

№ завдання	Правильна відповідь
1	А
2	Г
3	Б
4	В
5	Г
6	А
7	Б
8	В
9	Д
10	Д
11	Б
12	Г
13	Д
14	Д
15	А
16	1–Б, 2–Г, 3–Д
17	1–Д, 2–Г, 3–В
18	1–Г, 2–Д, 3–А
19	91
20	12
21	–111
22	–3,5